Lernen über Risiken beim Wetten

KONSTANTINOS V. KATSIKOPOULOS, BERLIN

Zusammenfassung: *Abwägungen beim Wetten (Gambles) können eine ganze Reihe von menschlichen Entscheidungen modellieren und bilden ein Steckenpferd der modernen ökonomischen Theorie. Hier werden die Hauptideen zu Wetten und Abwägungen zwischen zwei Wetten kurz skizziert, die von von Neumann und Morgenstern postuliert wurden. Die kognitionspsychologischen Phänomene, welche die normativen Ansätze einer systematischen Nutzenmaximierung in Frage stellen, werden auch beschrieben und zwar im Sinne der Entdeckungen von Tversky und Kahneman sowie auch von Gigerenzer und Kollegen.*

1 Einleitung

In seiner von der Kritik hoch gelobten letzten Novelle *Island* beschrieb Aldous Huxley, wie Kinder in der utopischen Gesellschaft in *Pala* die Gesetze der Wahrscheinlichkeiten durch Würfeln und Glückspiele erlernen. Beinahe fünfzig Jahre sind seit der Veröffentlichung des Buches vergangen, und die Ideen des Buches, die damals revolutionär waren, sind heute eher die Regel. Was aber im Klassenzimmer noch nicht praktiziert wird, ist eine Art Glückspiel, das auf Englisch „Gambling“ heißt und sich von dem Spiel mit den in der Schule verwendeten Glücksrädern stark unterscheidet. Dieses Spiel kann aber viel Spaß bereiten und als Motivation dienen, um das Konzept des Risikos einzuführen. Das Abwägen zwischen Wetten ist das Steckenpferd der klassischen und modernen Verhaltensökonomie. Dieses Abwägen kann in der Schule als Vorbereitung für das erwachsene Leben geübt werden. Das Abwägen zwischen Wetten kann nämlich Schülerinnen und Schüler dazu bringen, einerseits über Risiken nachzudenken und sich andererseits mit ersten Aspekten der Verbindung zwischen Psychologie und Stochastik auseinanderzusetzen. In den Abschnitten 3 und 4 werden wir uns mit dieser Verbindung beschäftigen.

2 Abwägen zwischen Wetten: Ein Steckenpferd der Ökonomie

Der jüdisch-ungarische Amerikaner John von Neumann wurde oft „der letzte der universellen Mathematiker” genannt. Im Jahre 1944 schrieb er mit Oscar Morgenstern das Buch *Theory of Games and Economic Behavior*, in dem die moderne Theorie der Nutzenfunktion eingeführt wurde. Vereinfacht besagt diese Theorie, dass dann, wenn der Entscheidungsträger einige Grundaxiome erfüllt (z. B. Transitivität: falls Option A gegenüber Option B, und Option B gegenüber Option C bevorzugt wird, dann wird Option A auch gegenüber Option C bevorzugt), seine Entscheidungen folgendermaßen beschrieben werden können: Er wählt in jeder Situation die Option, die die entsprechende Nutzenfunktion maximiert.

Dieses Resultat stimmt mit der bei Ökonomen beliebten Vision überein, dass Menschen „rational” entscheiden. Der Löwenanteil der neoklassischen

Ökonomie hält das Prinzip der Nutzenmaximierung für ein Kernstück rationaler Entscheidungen.

Um diese Ideen zu erläutern, wollen wir uns zunächst mit den so genannten Optionen einer Entscheidung und mit den daran gekoppelten möglichen Risiken beschäftigen. Diese Optionen können als Wetten modelliert werden.

Nehmen wir als Beispiel das folgende Angebot einer Mutter an ihre Tochter Sibel:

Diese Woche darfst Du wählen: Du kannst Dein Taschengeld von 5 Euro bekommen oder wir werfen eine Münze und falls Kopf herauskommt, gebe ich Dir 10 Euro, sonst nichts.

Sibel soll hier zwischen zwei Wetten wählen, von denen eine sehr einfach und sicher ist: Sibel nimmt ihr Taschengeld an, wie jede Woche. Die andere ist subtiler, weil sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % 10 Euro bekommt. Ebenfalls mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % erhält sie gar kein Geld und verzichtet somit auf ihr Taschengeld. Die zweite Wette beinhaltet das Risiko, 5 Euro zu verlieren, aber auch eine mögliche Begünstigung von 5 Euro mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von 50 %.

Wir haben den Begriff Risiko hier einfach verwendet, ohne ihn zu definieren. Es wird aber doch hier notwendig, eine mathematische Definition von Risiko einzuführen:

Grob gesagt, beinhaltet ein Zufallexperiment ein Risiko, falls es mindestens ein Ereignis gibt, dass an einen Verlust von Ressourcen gekoppelt ist. Der erwartete Verlust ist dann das Risiko.

Im Beispiel, das wir oben besprochen haben, beinhaltet eine der Wetten ein reelles Risiko, nämlich von 50 % × 5 Euro.

Der Ausgang einer Wette kann mathematisch als Zufallsvariable mit den Werten x_1, x_2, … (oft als Geldsummen zu interpretieren) und den Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2, … (wobei $\sum_i p_i = 1$) definiert werden. Als Beispiel betrachten wir die Wette $G = (x, p; 0, 1 - p)$; diese Notation bedeutet, dass man hier x Euro mit der Wahrscheinlichkeit p erhält und 0 Euro mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$. Hier ist x nicht unbedingt positiv: Insbesondere könnte x die Differenz zwischen einem Einsatz und dem Nettogewinn sein. Eine Wertetabelle für diese Wette würde folgendermaßen aussehen:

Wert	x	0
Wahrscheinlichkeit	p	$1 - p$

Es sollte für Schülerinnen und Schüler leicht sein, zwischen den Wetten $G_1 = (10, ½; 0, ½)$ und $G_2 = (5, 1)$ abzuwägen. Man würde, beispielsweise fragen: Würdest Du lieber 5 € bar auf die Hand bekommen oder eine Münze werfen, und nur dann 10 € bekommen, wenn die Münze Kopf zeigt, sonst leer ausgehen? Die Schülerin oder der Schüler müssten im Allgemeinen keinen Einsatz zahlen, obschon man sich auch Situationen mit einem Einsatz vorstellen könnte, wie bei dem Angebot von Sibels Mutter. Das schlimmste Resultat ist also, dass der *Entscheider* oder die *Entscheiderin* leer ausgeht, oder im Fall eines Einsatzes den Einsatz verliert.

Von Neumann und Morgenstern (1944) entwickelten die sogenannte Theorie des Erwarteten Nutzens (*expected utility theory* (EUT)). Diese besagt, dass die Wette $G_1 = (x_1, p_1; x_2, p_2; \ldots)$ gegenüber $G_2 = (y_1, q_1; y_2, q_2; \ldots)$ bevorzugt werden sollte genau dann, wenn

$$\sum_i p_i\, u(x_i) > \sum_i q_i\, u(y_i),$$

∑wobei $u(\bullet)$ die Nutzenfunktion des Entscheiders bezeichnet. Der Wert $\sum_i p_i\, u(x_i)$ heißt „Erwarteter Nutzen“. Der Erwartungswert ist, wie üblich, durch $\sum_i p_i\, x_i$ ausgedrückt.

Die erste Anwendung der Theorie des Erwarteten Nutzens wird Daniel Bernoulli bei seiner Behandlung des Sankt-Petersburg-Problems im 18. Jahrhundert zugeschrieben (Barth & Haller, 2010).

Die Nutzenfunktion eines Entscheiders informiert über seine Haltung gegenüber Risiken. Was bedeutet dies? Zunächst ist es auffällig, dass der erwartete Nutzen einer Wette eine lineare Funktion des Erwartungswertes ist, falls die Nutzenfunktion linear ist, wie beispielsweise $u(x) = 2x$. Ist die Nutzenfunktion linear, so wählt der Entscheider nach dem Erwartungswert. Ist $G_1 = (10, ½; 0, ½)$ und $G_2 = (5, 1)$, so ist G_1 riskanter als G_2, wobei „riskanter“ bedeutet, dass der Gewinn bei der zweiten Option sicherer als der Gewinn bei der ersten ist. Dennoch kann der Entscheidungsträger mit einer linearen Nutzenfunktion zwischen diesen Wetten nicht unterscheiden, weil ihr Erwartungswert gleich (5 €) ist. Ein Entscheidungsträger mit einer linearen Nutzenfunktion ist also risikoneutral. Ein Entscheider mit einer konkaven Nutzenfunktion dagegen ist *risikoscheu*. Beispielsweise im Fall von $u(x) = x^{1/2}$ bevorzugt er G_2, weil der erwartete Nutzen größer als der von G_1 (2,23 bzw. 1,58) ist. Schließlich ist der Entscheidungsträger *risikofreudig*, falls seine Nutzenfunktion konvex ist, wie bei $u(x) = x^2$, und somit bevorzugt er G_1, weil der erwartete Nutzen größer als der von G_2 (50 bzw. 25) ist.

Behält eine Person die Form der eigenen Nutzenfunktion bei, dann bleibt ihre Haltung dem Risiko gegenüber stabil und konsistent über mehrere Wetten. Die Psychologen Daniel Kahneman und Amos Tversky (1979) konnten aber anhand von empirischen Experimenten mit Probanden zeigen, dass Menschen ihre Risikohaltung doch verändern (mit diesen Forschungen erlangte Daniel Kahneman den Nobelpreis für Ökonomie). Ihre Experimente können im Klassenzimmer mit Schülerinnen und Schülern nachvollzogen werden.

3 Forschung über Risikohaltung: eine Spielwiese für den Unterricht über Risiko

Betrachten wir die Wahl zwischen zwei Wetten: (3000, 1) oder (4000, ¾; 0, ¼). Nun betrachten wir die Wahl zwischen zwei weiteren Wetten: (– 3000, 1) oder (– 4000, ¾; 0, ¼)? Bei der zweiten Wahl sind die Resultate negativ, so dass der sogenannte *Entscheider* oder die *Entscheiderin* mit Sicherheit Geld verliert. Man darf nicht vergessen, dass diese numerischen Werte Geldsummen darstellen. Der Leser sollte kurz innehalten und darüber nachdenken.

Wenn Sie wie die meisten Menschen handeln, dann haben Sie (3000, 1) gegenüber (4000, ¾; 0, ¼) vorgezogen und (– 4000, ¾; 0, ¼) gegenüber (– 3000, 1).

Eine mögliche und plausible Erklärung dieses Phänomens ist die folgende: Bei der ersten Wahl haben Sie die Option, mit Sicherheit eine große Menge Geld zu gewinnen (3000 €), so dass es keinen Grund gibt, das Risiko einzugehen, nichts zu gewinnen. Bei der zweiten Wahl muss man sich zwischen dem sicheren Verlust von 3000 Euro und der Option entscheiden, mit einer nicht allzu kleinen Wahrscheinlichkeit nichts zu verlieren.

> Diese Haltungen scheinen „natürlich", obschon sich hier eine risikoscheue Einstellung bei der ersten Wahl in eine risikofreudige Wahl verwandelt! Es ist nämlich risikoscheu, bei der ersten Entscheidung die Option (3000, 1) zu wählen, und es ist risikofreudig (– 4000, ¾; 0, ¼) bei der zweiten zu wählen.

Durch geschickte Manipulationen der Zahlen (Werte und Wahrscheinlichkeiten) kann man weitere interessante Phänomene entdecken. Nehmen wir beispielsweise (3, 1) gegenüber (60, 0.05; 0, 0.95) für die erste Wahl und (– 3, 1) gegenüber (– 60, 0.05; 0, 0.95) für die zweite. Weil die Geldsumme, die man bei der ersten Wahl sicher bekommt, sehr klein ist, werden die Entscheider sich hier eher risikofreudig zeigen. Bei der zweiten Wahl ist die Geldsumme, die man bei der riskanteren Wette verlieren würde, groß genug (60 Euro), um risikoscheu zu werden und sich mit dem sicheren Verlust von 3 € zufrieden zu geben.

Es ist leicht, solche Beispiele zu konstruieren, wenn man mit dem Klassiker von Kahneman und Tversky (1979) vertraut ist. Manche Schülerinnen und Schüler werden sicherlich andere Verhaltensmuster zeigen. Wichtig ist aber, dass sie das Argumentieren und Kommunizieren über solche Wetten und Risiken früh erwerben.

Im obigen Beispiel wird die Theorie des Erwarteten Nutzens verletzt. Kahneman und Tversky (1979) schlugen ihre *Prospekt-Theorie* vor, nach der (*i*) die Nutzenfunktion konkav für positive Werte von x und konvex für negative Werte von x ist, und (*ii*) jede Wahrscheinlichkeit p gewichtet wird. Diese Theorie wurde von beiden Psychologen empirisch getestet und ist heute ein Kernstück moderner Verhaltensökonomie. Eine alternative Theorie ist die der *Prioritätsheuristik* (Brandstätter, Gigerenzer, und Hertwig, 2006), die ohne Nutzenfunktion und ohne gewichtete Wahrscheinlichkeiten auskommt. Die Heuristik entscheidet anhand einzelner, nach Priorität geordneter Gründe zwischen Optionen. Ein Unterschied zwischen den zwei Zugängen ist, dass die Heuristik über keine freien Parameter verfügt (Katsikopoulos und Gigerenzer, 2008).

Die Frage ist natürlich, was in der Schule tatsächlich machbar und für die Schüler/Innen interessant ist. Für die vollständige Behandlung der Wetten à la Kahneman und Tversky sind einige Konzepte der Mathematik der Sekundarstufe und der Stochastik notwendig, etwa Begriffe wie Funktionen Wahrscheinlichkeiten, und Erwartungswerte. Deshalb ist es naheliegend, dass die Problematik von Risiken bei Wetten eher in höheren Klassenstufen behandelt werden soll. In anderen Beiträgen in diesem Heft wird aber auch vorgeschlagen, erstes Grundwissen über Risiken sogar in der Grundschule zu vermitteln.

4 Wahrscheinlichkeit und Kognitionspsychologie

Einige Kognitionspsychologen wie Gerd Gigerenzer und seine Schule haben sich für eine deutlich interdisziplinäre Richtung stark gemacht: Will man verstehen, wie Menschen im Alltag entscheiden, dann reicht es nicht aus, mathematisch herauszufinden, was von einer strikt normativen Perspektive aus optimal wäre. Zu diesem Zweck muss man nämlich Elemente der Kognitionspsychologie, der Sozialpsychologie, der Ökonomie und der Stochastik kombinieren (Gigerenzer und Selten, 2001). In unserer modernen Risikogesellschaft (siehe Beck, 1991) wird die Kompetenz, über Risiken zu kommunizieren, immer zentraler. Es scheint dringend notwendig zu sein, das Thema Risiko in der Schule einzuführen. Die Problematik der Wahl zwischen Wetten, die hier erläutert wurde, kann eine gute Motivation sein, einerseits die notwendige Mathematik einzuführen, und andererseits erste Elemente einer psychologischen Diskussion zu versuchen.

Literatur

Barth, E.; Haller, R. (2010): Soll ich das Spiel wagen? Sinn und Unsinn des Erwartungswerts am Beispiel des Petersburger Problems. In: *Stochastik in der Schule,* 30 (1), S. 19–27.

Beck, U. (1991): Politik in der Risikogesellschaft. München: Suhrkamp Verlag.

Brandstätter, E.; Gigerenzer, G.; Hertwig, R. (2006): The priority heuristic: A process model of risky choice, In: *Psychological Review,* S. 113, 2, 409–432.

Gigerenzer, G.; Selten, R. (2001) (Hrsg.): *Bounded Rationality: The Adaptive Toolbox.* Boston: MIT Press.

Kahneman, D.; Tversky, A. (1979): Prospect theory: An analysis of decision under risk, In: *Econometrica* 47, 2, 263–291.

Katsikopoulos, K. V.; Gigerenzer, G. (2008): One-reason decision-making: Modeling violations of expected utility theory. In: *Journal of Risk and Uncertainty,* 37 (1), 35–56.

Von Neumann, J.; Morgenstern, O. (1944): *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton: Princeton University Press.

Anschrift des Verfassers

Konstantinos V. Katsikopoulos
Max Planck Institute for Human Development,
14195 Berlin, Germany;
katsikop@mpib-berlin.mpg.de